Analisis Dinamika Supply-Demand pada Sistem Ekonomi Menggunakan Nilai Eigen untuk Prediksi Tren

Kenneth Poenadi 13523040[1,2]
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
[1]13523040@std.stei.itb.ac.id, [2]kennethpoenadi26@gmail.com

***Abstrak*—Zaman sekarang, seluruh kegiatan yang kita lakukan pastinya akan berkaitan dengan ekonomi. Salah satu hal yang sering kita jumpai dalam ekonomi yaitu penawaran dan permintaan. Makalah ini membahas tentang pemodelan dinamika pemodelan dinamika supply-demand pada system ekonomi secara diskrit dengan menganalisisnya menggunakan nilai eigen dari matriks interaksi permintaan dan penawaran. Model ini dibangun dengan system persamaan linear yang menggambarkan perubahan jumlah barang yang diminta terhadap yang ditawarkan pada setiap Langkah waktu. Nilai eigen kemudian dihitung sebagai indicator stabilitas dan perilaku system jangka Panjang, yang mana nilai eigen inilah yang dapat membantu kita memprediksi tren untuk kedepannnya. Melaui simulasi numerik dan diproses sebagaimana akan menggambarkan bagaimana cara untuk merespons gangguan atau perubahan dalam permintaan dan penawaran. Makalah ini diharapkan dapat membantu pengusaha untuk memprediksi tren pasar serta memberikan dasar yang baik untuk mengambil keputusan di sektor ekonomi.**

***Kata Kunci*—ekonomi, tren, permintaan, penawaran**

I. PENDAHULUAN

Permintaan dan penawaran adalah dua konsep yang pastinya sering sekali kita dengar dalam aspek ekonomi, kedua konsep tersebut sangat sering kita dengar apabila kita berbicara soal pasar, permintaan dan penawaran membentuk dasar interaksi dalam pasar. Melalui kedua konsep tersebutlah harga dari suatu barang atau jasa dapat ditentukan. Terdapat juga konsep yang mana permintaan dan penawaran mengalami keseimbangan, namun pada praktiknya kondisi tersebut sangatlah jarang terjadi karena terdapat banyak factor eksternal lainnya yang dapat mempengaruhi. Oleh karena itu, pemodelan dinamis yang dapat merepresentasikan perubahan permintaan dan penawaran dari waktu ke waktu sangatlah penting untuk memberikan gambaran yang lebih baik lagi terhadap pasar.

Sudah terdapat banyak cara untuk menggambarkan tren permintaan dan penawaran, seperti salah satu contoh tradisionalnya yaitu pendekatan tradisional menggunakan kerangka dasar kurva permintaan-penawaran yang statis. Padahal dalam praktiknya, perubahan harga dan jumlah barang di pasar tidak dapat digambarkan dengan model yang statis karena adanya factor-faktor eksternal sepeerti factor lain yang memengaruhi perilaku pembeli dari waktu ke waktu. Di sinilah model dinamis harus mengambil bagian, model dinamis mampu menjelaskan interaksi jangka panjang dan pergeseran parameter dalam system perekonomian.

Salah satu metode untuk menggambarkan kurva ini secara dinamis yaitu dengan menggunakan konsep mencari nilai eigen (*eigenvalues*) dari matriks yang mewakili interaksi dari variable-variabel dalam system tersebut. Dalam konsep permintaan dan penawaran, kita dapat membangun sebuah system persamaan linear yang mana system persamaan linear tersebut dapat direpresentasikan dalam bentuk matriks interaksi, dan analisis terhadap nilai eigen akan memberikan gambaran apakah system cenderung stabil, mengalami divergensi, atau berosilasi.

Makalah ini bertujuan untuk memodelkan dinamika permintaan – penawaran pada system ekonomi secara diskrit dengan menganalisisnya menggunakan nilai eigen dari matriks tersebut. Hasil analisis pada makalah ini diharapkan dapat menjadi acuan yang baik bagi para pelaku bisnis maupun pembuatan kebijakan pasar untuk dapat memahami perilaku pasar dan memprediksi tren di masa mendatang dengan lebih baik lagi.

II. DASAR TEORI

A. Permintaan

Permintaan dapat diibaratkan sebagai keinginan dan kemampuan konsumen untuk membeli suatu barang atau jasa pada harga tertentu. Faktor yang mempengaruhi permintaan ini adalah pendapatan dari konsumen, harga barangnya, harga barang substitusi dan komplementer, serta ekspektasi terhadap di masa yang akan dating, dan jumlah penduduk atau ukuran pasar.

Secara sederhana, fungsi permintaan dapat dituliskan:

$$Q_d = D(P, I, \ldots)$$

Dengan Q_d adalah jumlah permintaan, P adalah harga barang, I adalah pendapatan konsumen, dan … meyatakan variable lainnya yang mempengaruhi permintaan.

B. Penawaran

Penawaran didefinisikan sebagai kemampuan produsen atau penjual untuk menyediakan suatu barang atau jasa dalam harga tertentu. Beberapa faktor yang dapat mempengaruhi penawaran antara lain seperti biaya produksi, teknologi, tingkat persaingan antar penjual, dan ekspektasi harga di masa depan.

Secara sederhana, fungsi penawaran dapat dituliskan:

$$Q_s = S(P, C, \ldots)$$

Dengan Q_s adalah jumlah penawaran, P adalah harga barang, dan C adalah biaya produksi. Simbol … mewakili variable lainnya.

C. Sistem Persamaan Linear

Di dalam matematika, persamaan dikatakan sebuah ekspresi kesamaan yang biasanya melibatkan konstanta, variabel, dan operasi – operasi hitung lainnya. DI dalam sebuah persamaan dapat dijumlahkan atau dikurangkan dengan persamaan lainnya, gabungan dari persamaan inilah yang kita sebut dengan system persamaan linear yang dapat digambarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\quad \vdots \;\; &\;\; \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

angka -angka aij dapat kita sebut dengan koefisien. Nilai-nilai koefisien inilah yang dapat kita buat dalam bentuk matriks untuk merepresentasikan system persamaan linear tersebut, ruas kanan bi juga dimasukkan ke dalam matriks pada kolom paling baru di paling akhir. Dan terbentuk matriks seperti gambar berikut:

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}} \underset{\mathbf{x}}{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}} = \underset{\mathbf{b}}{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}}$$

D. Model Dinamis dalam Ekonomi

Model dinamis dalam ekonomi digunakan untuk menggambarkan jumlahh permintaan dan penawaran seiring berjalannya waktu. Umumnya, model dinamis berbentuk system persamaan diferensial atau system persamaan beda untuk model diskrit.

Sistem persamaan beda linier, dalam bentuk diskrit artinya perubahan suatu variabel ekonomi dari satu periode ke periode berikutnya dan dapat direpresentasikan sebagai:

$$X_{t+1} = AX_t$$

Dengan X_t menyatakan vector state (kualitas permintaan dan penawaran pada waktu tertentu (t)) dan A yang merupakan matriks interaksi yang menggambarkan hubungan antarkomponen dalam X_t .

E. Matriks Interaksi

Dengan model dinamis tadi, masih kurangmenggambarkan dinamika permintaan dan penawaran, masih diperlukan matriks yang dapat merepresentasikan hubungan antara permintaan dan penawaran. Didefinisikan sebagai berikut:

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} Q_{d,t} \\ Q_{s,t} \end{bmatrix}$$

yang mana $Q_{d,t}$ adalah kuantitas permintaan pada waktu t, dan $Q_{s,t}$ adalah kuantitas penawaran pada waktu t. Kita dapat membentuk sebuah matriks A sedemikian rupa sehingga:

$$\begin{bmatrix} Q_{d,t+1} \\ Q_{s,t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} Q_{d,t} \\ Q_{s,t} \end{bmatrix}.$$

Elemen – elemen dalam matriks A (misalnya $\alpha,\beta,\gamma,\delta$) menunjukkan bagaimana perubahan permintaan dapat memengaruhi penawaran dan sebaliknya, baik secara langsung maupun melalui mekanisme harga dan stok persediaan

F. Nilai Eigen dan Stabilitas Sistem

Jika A adalah matriks n x n maka vektor tidak-nol pada Rn disebut vektor eigen dari A jika Ax sama dengan perkalian suatu skalar λ dengan x, yaitu $Ax = \lambda x$, nilai skalar λ disebut nilai eigen dari A dan x dinamakan vektor eigen yang berkoresponden dengan λ. Nilai eigen dapat dihitung dengan menggunakan rumus $\det(\lambda I - A) = 0$.

Jika A adalah matriks n x n, maka nilai eigen λ dan vector eigen v memenuhi:

$$Av = \lambda v,\ v \neq 0.$$

Nilai eigen (λ) inilah yang akan memberikan informasi penting tentang perilaku jangka panjang dari system permintaan dan penawaran.

1. Hubungan Nilai Eigen dengan Kestabilan

Dalam system diskrit, kestabilan dapat dilihat dari nilai eigen (λ) :

1. Jika $|\lambda| < 1$ untuk semua nilai eigen, maka system stabil asimtotik yang menandakan bahwa system permintaan dan penawaran cenderung kembali ke titik keseimbangan.
2. Jika terdapat $|\lambda| > 1$, maka system cenderung mengalami divergensi, artinya nilai permintaan atau penawaran dapat melompat ke nilai ekstrem dalam jangka yang panjang.

3. Jika terdapat | λ | = 1 atau bilangan kompleks, maka system bisa bersifat marginal atau berosilasi. Pada kasus ini, permintaan dan penawaran akan berfluktuasi di sekitar titik tertentu.

G. Interpretasi Ekonomi

Dalam konteks nilai eigen, titik keseimbangan pasarnya bisa dihubungkan dengan kondisi stasioner yang mana $Q_{d,t} = Q_{s,t} = Q^*$. Jika system stabil maka semua | λ | < 1, maka meskipun terjadi gangguan atau hal lainnya, system permintaan dan penawaran akan berusaha untuk kembali ke keseimbangan tersebut.nilai eigen yang besar | λ | > 1 dapat menandakan bahwa system sangat sensitive terhadap gangguan, sementara | λ | < 1 menunjukkan ketahanan.

H. Rumus Menghitung Nilai Eigen dari suatu Tabel Permintaan dan Penawaran

Model diskrit dari permintaan dan penawaran adalah sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} Q_{d,t+1} \\ Q_{s,t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} Q_{d,t} \\ Q_{s,t} \end{bmatrix} \cdot\ A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}$$

Artinya,

$$Q_{d,t+1} = \alpha Q_{d,t} + \beta Q_{s,t},$$
$$Q_{s,t+1} = \gamma Q_{d,t} + \delta Q_{s,t}.$$

$Q_{d,t}$ adalah kuantitas permintaan pada waktu t
$Q_{s,t}$ adalah kuantitas penawaran pada waktu t
$\alpha\beta\gamma\delta$ dalam matriks A mencerminkan interaksi antara permintaan dan penawaran dari periode ke periode

Dengan data misalkan t = 1,2,…,N. Kita dapat membentuk X berukuran N-1 x 2:

$$X = \begin{bmatrix} Q_{d,1} & Q_{s,1} \\ Q_{d,2} & Q_{s,2} \\ \vdots & \vdots \\ Q_{d,N-1} & Q_{s,N-1} \end{bmatrix}$$

Matriks kolom pertama disebut dengan vektor yd yang berukuran (N -1) x 1 sebagai berikut:

$$y_d = \begin{bmatrix} Q_{d,2} \\ Q_{d,3} \\ \vdots \\ Q_{d,N} \end{bmatrix}$$

Dengan pendekatan *least squares*, kita dapat menyelesaikan alpha dan betta tersebut dengan

$$y_d \approx X \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

Setelah diolah maka akan berbentuk:

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T y_d$$

Setelah mendapatkan alpha dan betta, sekarang kita akan mencari gamma dan delta yang mana caranya juga sama, dengan vektor ys (matriks X kolom kedua):

$$y_s = \begin{bmatrix} Q_{s,2} \\ Q_{s,3} \\ \vdots \\ Q_{s,N} \end{bmatrix}$$

Lalu dengan pendekatan least squares kita dapat selesaikan:

$$y_s \approx X \begin{bmatrix} \gamma \\ \delta \end{bmatrix}$$

Diubah sedemikian rupa sehingga gamma dan delta dapat dihitung:

$$\begin{bmatrix} \hat{\gamma} \\ \hat{\delta} \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T y_s$$

Sehingga diperoleh matriks A, berikutnya menghitung nilai eigen dengan rumus det(A-λI) = 0

$$\lambda^2 - (a + d)\lambda + (ad - bc) = 0$$

sehingga nilai eigen λ adalah:

$$\lambda = \frac{(a+d) \pm \sqrt{(a+d)^2 - 4(ad-bc)}}{2}$$

Dengan a = α, b = β, c = γ, dan d = δ.

Kriteria Kestabilan:

- | λ | < 1, menandakan sistem akan bergerak menuju titik keseimbangan jiak terjadi gangguan kecil, kejadian ini dinamakan stabil asimtotik.
- | λ | > 1, menandakan sistem akan meledak dari keseimbangan dan dinamakan tidak stabil
- | λ | = 1 atau λ adalah bilangna kompleks maka sistem akan berosilasi.

Berikut adalah penjelasan soal nilai

- α: Jika mendekati 1, artinya permintaan periode selanjutnya sangat ditentukan oleh permintaan periode sekarang, sedangkan jika lebih kecil artinya permintaan periode berikut tidak terlalu bergantung pada permintaan periode sebelumnya. Intinya alpha menunjukkan seberapa besar pengaruh permintaan saat ini terhadap permintaan di periode berikutnya.
- β*:* Jika positif dan besar, berarti penawaran saat ini tinggi dan ada kemungkinan permintaan periode berikut akan naik, sedangkan bila negatif maka penawaran saat ini berlebih, permintaan periode

berikut malah bisa turun. Intinya beta menunjukkan seberapa besar pengaruh penawaran saat ini terhadap permintaan di periode berikutnya.

- *γ :* Besar gamma menunjukkan apakah produsen bereaksi cepat terhadap naik-turunnya permintaan. Semakin besar γ, semakin sensitif penawaran besok terhadap permintaan hari ini.
- *δ :* Besar delta menunjukkan seberapa besar pengaruh penawaran saat ini terhadpa penawaran di periode berikutnya, nilai delta yang mendekati 1 biasanya menandakan kecenderungan inertia dalam produksi, penawaran artinya tidak terlalu berubah drastis dari periode ke periode.

III. PERHITUNGAN ANALISIS

Pada makalah ini, saya akan menggunakan data fiktif yang tetap merepresentasikan jumlah permintaan dan penawaran dalam beberapa periode tertentu. Pendekatan ini diharapkan dapat memberikan gambaran terakit bagaiamana Langkah tepat untuk menggambarkan system penawaran dan permintaan di pasar sekarang.

A. Deskripsi Data Eksperimen

Data yang dibutuhkan untuk dapat menggambarkan suatu system permintaan dan penawaran pada suatu pasar adalah dengan struktur data sebagai berikut:

$Q_{d,t}$: Jumlah permintaan pada minggu ke-t,
$Q_{s,t}$: Jumlah penawaran pada minggu ke-t.

Misalkan, digambarkan pada suatu table sebagai berikut:

Tabel 1 Data Fiktif Jumlah Permintaan dan Penawaran

Minggu (t)	Permintaan *Qd,t*	Penawaran *Qs,t*
1	90	95
2	85	100
3	88	92
4	91	90
5	94	93
6	100	96
7	103	97
8	98	101
9	105	99
10	102	104

B. Analisis Data Eksperimen

Pada metode diskrit permintaan dan penawaran, diasumsikan:

$$\begin{bmatrix} Q_{d,t+1} \\ Q_{s,t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} Q_{d,t} \\ Q_{s,t} \end{bmatrix}$$

yang mana A diasumsikan dengan

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix}.$$

Artinya,

$$Q_{d,t+1} = \alpha Q_{d,t} + \beta Q_{s,t},$$
$$Q_{s,t+1} = \gamma Q_{d,t} + \delta Q_{s,t}.$$

Selanjutnya kita akan menyusun system persamaan untuk estimasi persamaan $Q_{d,t+1} = \alpha Q_{d,t} + \beta Q_{s,t}$. Dari tabel, kita dapat membentuk pasangan (Q*d,t*, Q*s,t*) untuk memprediksi $Q_{d,t+1}$. Karena kita memiliki data hingga t = 10, maka persamaan terdiri atas 9 poin dari t = 1 hingga t = 9 untuk memprediksi t + 1:

$Q_{d,2} = 85$, $Q_{d,3} = 88$, $Q_{d,4} = 91$, $Q_{d,5} = 94$, $Q_{d,6} = 100$, $Q_{d,7} = 103$, $Q_{d,8} = 98$, $Q_{d,9} = 105$, $Q_{d,10} = 102$.

Lalu dapat dijadikan matriks input kita sebut saja X, direpresentasikan sebagai berikut:

$$X = \begin{bmatrix} Q_{d,1} & Q_{s,1} \\ Q_{d,2} & Q_{s,2} \\ Q_{d,3} & Q_{s,3} \\ \vdots & \vdots \\ Q_{d,9} & Q_{s,9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 90 & 95 \\ 85 & 100 \\ 88 & 92 \\ 91 & 90 \\ 94 & 93 \\ 100 & 96 \\ 103 & 97 \\ 98 & 101 \\ 105 & 99 \end{bmatrix}.$$

Berikutnya, vektor output (y_d) untuk persamaan $Q_{d,t+1}$ adalah:

$$y_d = \begin{bmatrix} Q_{d,2} \\ Q_{d,3} \\ Q_{d,4} \\ \vdots \\ Q_{d,10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 85 \\ 88 \\ 91 \\ 94 \\ 100 \\ 103 \\ 98 \\ 105 \\ 102 \end{bmatrix}.$$

Kita berikutnya akan menyelesaikan

$$y_d \approx X \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

Dalam notasi *least squares*, solusi diperoleh dengan:

$$\begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \end{bmatrix} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y_d.$$

Berikutnya kita akan menghitung $X^T X$, yang mana X berukuran 9 x 2 sedangkan X^T berukuran 2 x 9.

$$X^T X = \begin{bmatrix} \sum Q_{d,t}^2 & \sum Q_{d,t} Q_{s,t} \\ \sum Q_{d,t} Q_{s,t} & \sum Q_{s,t}^2 \end{bmatrix}$$

Mari kita tinjau notasi sigmanya satu per satu:

- $\Sigma Q^2_{d,t}$: $90^2 + 85^2 + 88^2 + 91^2 + 94^2 + 100^2 + 103^2 + 98^2 + 105^2 = 81424$.

- $\Sigma Q^2_{s,t}$: $95^2 + 100^2 + 92^2 + 90^2 + 93^2 + 96^2 + 97^2 + 101^2 + 99^2 = 82865$
- $\Sigma Q_{d,t}Q_{s,t}$: 90 x 95 + 85 x 100 + 88 x 92 + 91 x 90 + 94 x 93 + 100 x 96 + 103 x 97 + 98 x 10 + 105 x 99 = 81962.

Sehingga matriks X^TX yang terbentuk adalah:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 81424 & 81962 \\ 81962 & 82865 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, kita akan menghitung $X^T y_d$:

$$X^T y_d = \begin{bmatrix} \sum Q_{d,t} Q_{d,t+1} \\ \sum Q_{s,t} Q_{d,t+1} \end{bmatrix}$$

Mari kita tinjau notasi sigmanya satu per satu:

- $\Sigma Q_{d,t}Q_{d,t+1}$ = 90 x 85 + 85 x 88 + 88 x 91 + 91 x 94 + 94 x 100 + 100 x 103 + 103 x 98 + 98 x 105 + 105 x 102 = 82486.
- $\Sigma Q_{s,t}Q_{d,t+1}$ = 95 x 85 + 100 x 88 + 92 x 91 + 90 x 94 + 93 x 100 + 96 x 103 + 97 x 98 + 101 x 105 + 99 x 102 = 83104.

Maka diperoleh matriks $X^T y_d$ sebagai berikut:

$$X^T y_d = \begin{bmatrix} 82486 \\ 83104 \end{bmatrix}$$

Langkah berikutnya yaitu, menyelesaikan

$$(X^T X)\,\boldsymbol{\theta} = X^T y_d$$

Yang mana θ adalah $\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 81424 & 81962 \\ 81962 & 82865 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 82486 \\ 83104 \end{bmatrix}$$

Lalu kita dapat memisalkan X^TX sebagai M dan $X^T y_d$ sebagai vd

$$M = \begin{bmatrix} 81424 & 81962 \\ 81962 & 82865 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} 82486 \\ 83104 \end{bmatrix}$$

Determinan (M) pada kali ini adalah 81424 x 82865 – 81962 x 81962 = 29430316.

Invers dari M maka:

$$\frac{1}{29430316} \begin{bmatrix} 82865 & -81962 \\ -81962 & 81424 \end{bmatrix}$$

Berikutnya menghitung θ dengan rumus $\theta = M^{-1}$ vd:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \frac{1}{29430316} \begin{bmatrix} 82865 & -81962 \\ -81962 & 81424 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 82486 \\ 83104 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \frac{1}{29430316} \begin{bmatrix} 23832342 \\ 5942564 \end{bmatrix}$$

Akhirnya kita memperoleh α* ≈ 0.81 dan β* ≈ 0.18.

*menunjukkan vektor satuan

Sehingga kesimpulan dari persamaan $Q_{d,t+1} = \alpha Q_{d,t} + \beta Q_{s,t}$ diperoleh α ≈ 0.81 dan β ≈ 0.18.

Lalu berikutnya kita akan mendapatkan nilai γ dan δ , yang mana prosesnya sama namun sekarang menggunakan y_s :

$$y_s = \begin{bmatrix} Q_{s,2} \\ Q_{s,3} \\ \vdots \\ Q_{s,10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 92 \\ 90 \\ 93 \\ 96 \\ 97 \\ 101 \\ 99 \\ 104 \end{bmatrix}$$

Lalu kita tetap menggunakan matriks X yang sama, sehingga diperoleh:

$$\begin{bmatrix} \gamma \\ \delta \end{bmatrix} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y_s$$

Lalu kita hitung X^Ty_s yang mana:

$$X^T y_s = \begin{bmatrix} \sum Q_{d,t} Q_{s,t+1} \\ \sum Q_{s,t} Q_{s,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 82952 \\ 83682 \end{bmatrix}$$

Lalu setelah mendapatan vs, maka kita dapat menggunakan matriks M yang sama dengan perhitungan sebelumnya untuk mendapatkan nilai γ dan δ.

$$\begin{bmatrix} \gamma \\ \delta \end{bmatrix} = \frac{1}{29430316} \begin{bmatrix} 82865 & -81962 \\ -81962 & 81424 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 82952 \\ 83682 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh γ* ≈ 0,51dan δ* ≈ 0,50 dan diperoleh matriks A sebagai berikut

$$A \approx \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.81 & 0.18 \\ 0.51 & 0.50 \end{bmatrix}$$

Berikutnya setelah mendapatkan matriks A, kita dapat melanjutkan ke tahap perhitungan nilai eigen dengan matriks A.

Kita ketahui bahwa untuk mendapatkan nilai eigen maka det(A- λI) = 0, yang mana I merupakan matriks identitas. Sehingga:

$$\lambda^2 – (a + d)\lambda + (ad – bc) = 0$$

sehingga diperoleh determinan A adalah (0.81 x 0.50) – (0.18 x 0.51) = 0.405 – 0.0918 = 0.3132.

sehingga dengan rumus kuadrat dapat diperoleh:

$$\lambda = \frac{1.31 \pm \sqrt{(1.31)^2 - 4 \times 0.3132}}{2}$$

Maka diperoleh $\lambda_1 = 0.995$ dan $\lambda_2 = 0.315$.

Maka dari nilai eigen yang kita peroleh yaitu dua duanya dibawah < 1 maka sistem cenderung stabil dalam jangka panjang dan akan bergerak ke nilai tertentu.

C. Pembahasan

Dari segala perhitungan yang telah dilakukan diatas, kita dapat menarik beberapa hal menarik:

- $\alpha \approx 0.81$ menunjukkan bahwa permintaan berikutnya cukup banyak dipengaruhi oleh permintaan sebelumnya.
- $\beta \approx 0.18$ menandakan bahwa bernilai positif dan cenderung relatif rendah sehingga permintaan periode berikut turut dipengaruhi oleh penawaran periode saat ini walaupun tidak dominan.
- $\gamma \approx 0.51$ menunjukkan bahwa penawaran periode berikut memiliki korelasi terhadap permintaan saat ini.
- $\delta \approx 0.50$ menunjukkan bahwa penawaran juga dipengaruhi penawaran periode sebelumnya, hamper sama kuatnya dengan pengaruh permintaan.

Dari nilai eigen yang kita peroleh $|\lambda 1| \approx 0.995 < 1$ dan $|\lambda 2| \approx 0.315 < 1$, menunjukkan system stabil asimtotik. Menunjukkan gangguan kecil akan membawa system kembali ke keseimbangan. Karena $|\lambda 1|$ relative dekat ke 1, kecepatan konvergensi mungkin lambat, artinya permintaan penawaran tidak langsung dalam jangka waktu cepat untuk menuju titik ekuilibrium melainkan dalam jangka waktu yang cukup panjang.

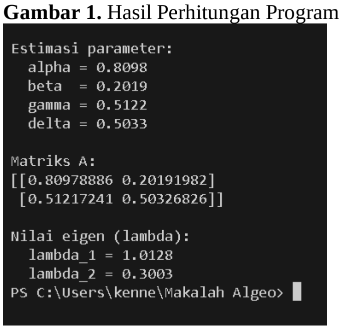
IV. Implementasi Program untuk Menghitung Tren Pasar

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# ====================
# 1. DATA PERMINTAAN (Qd) & PENAWARAN (Qs)
#    (Contoh FIKTIF, 10 periode)
# ====================
Qd = np.array([90, 85, 88, 91, 94, 100, 103, 98, 105, 102], dtype=float)
Qs = np.array([95, 100, 92, 90, 93,  96,  97, 101,  99, 104], dtype=float)

# Pastikan kedua array punya panjang sama:
N = len(Qd)  # 10

# 2. PERSIAPAN REGRESI
#    Kita akan membentuk model:
#      Qd_{t+1} = alpha*Qd_t + beta*Qs_t
#      Qs_{t+1} = gamma*Qd_t + delta*Qs_t
# (A) Membuat matriks X (input) & y_d (untuk persamaan Qd)
#    Periode t:    t=0..(N-2)  --> memprediksi t+1
#    Artinya kita pakai data Qd[0..N-2], Qs[0..N-2] untuk prediksi Qd[1..N-1]
X = np.column_stack((Qd[:-1], Qs[:-1]))  # (N-1)x2
y_d = Qd[1:]                             # (N-1)x1

# (B) Membuat vektor y_s (untuk persamaan Qs)
y_s = Qs[1:]
# 3. REGRESI LEAST SQUARES
# 3.1. Cari alpha, beta (untuk Qd_{t+1})
theta_d, residuals_d, rank_d, s_d = np.linalg.lstsq(X, y_d, rcond=None)
alpha, beta = theta_d[0], theta_d[1]
# 3.2. Cari gamma, delta (untuk Qs_{t+1})
theta_s, residuals_s, rank_s, s_s = np.linalg.lstsq(X, y_s, rcond=None)
gamma, delta = theta_s[0], theta_s[1]
print("Estimasi parameter:")
print(f"  alpha = {alpha:.4f}")
print(f"  beta  = {beta:.4f}")
print(f"  gamma = {gamma:.4f}")
print(f"  delta = {delta:.4f}")
# 4. BENTUK MATRIKS A & HITUNG NILAI EIGEN
A = np.array([[alpha, beta],
              [gamma, delta]], dtype=float)
eigenvalues, eigenvectors = np.linalg.eig(A)
print("\nMatriks A:")
print(A)
print("\nNilai eigen (lambda):")
for i, lam in enumerate(eigenvalues):
    print(f"  lambda_{i+1} = {lam:.4f}")
# 5. SIMULASI PERIODE KE DEPAN
#    (Misalkan kita lanjutkan 10 periode lagi)
num_future = 10  # jumlah periode tambahan untuk prediksi
t0 = N           # kita mulai prediksi dari data terakhir, t=N (index N-1 di array)
# Array untuk simpan Qd_new dan Qs_new
Qd_sim = np.zeros(N + num_future)
Qs_sim = np.zeros(N + num_future)
# Copy data awal
Qd_sim[:N] = Qd
Qs_sim[:N] = Qs

# Iterasi diskrit:
for t in range(N-1, N + num_future - 1):
    # t berjalan mulai dari 9 -> 9..(9 + num_future-1)
    # Q_{t+1} = A * Q_t
    # Q_t = [Qd_sim[t], Qs_sim[t]]
    Q_next = A.dot(np.array([Qd_sim[t], Qs_sim[t]]))
    Qd_sim[t+1] = Q_next[0]
    Qs_sim[t+1] = Q_next[1]
# 6. PLOTTING
# Buat array sumbu waktu (periode) untuk data asli + simulasi
time_full = np.arange(1, N + num_future + 1)  # 1..(N+num_future)
plt.figure(figsize=(8,5))
```

```
plt.plot(time_full, Qd_sim, 'o--', color='blue', label='Permintaan (Qd)')
plt.plot(time_full, Qs_sim, 'o--', color='red', label='Penawaran (Qs)')
# Tandai garis pemisah antara data aktual dan prediksi
plt.axvline(x=N, color='gray', linestyle=':', label='Mulai Prediksi')
plt.title("Dinamika Permintaan (Qd) & Penawaran (Qs) [Diskrit]")
plt.xlabel("Periode (Minggu ke-)")
plt.ylabel("Kuantitas")
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.tight_layout()
plt.show()
```

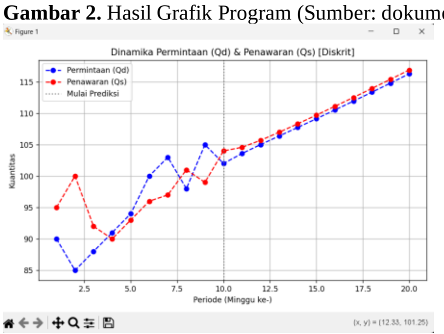
Hasil dari program diatas adalah sebuah perhitungan dan grafik sebagai berikut:

Gambar 1. Hasil Perhitungan Program (Sumber: dokumentasi pribadi)



```
Estimasi parameter:
  alpha = 0.8098
  beta  = 0.2019
  gamma = 0.5122
  delta = 0.5033

Matriks A:
[[0.80978886 0.20191982]
 [0.51217241 0.50326826]]

Nilai eigen (lambda):
  lambda_1 = 1.0128
  lambda_2 = 0.3003
PS C:\Users\kenne\Makalah Algeo>
```

Gambar 2. Hasil Grafik Program (Sumber: dokumentasi pribadi)



Hasil menunjukkan angka yang berbeda karena tidak terjadi pembulatan dan memberikan hasil yang lebih akurat.

Grafik memprediksi bahwa pada bagian prediksi (minggu 11–20), kurva permintaan dan penawaran bergerak bersamaan dan terus naik secara relatif stabil.

V. Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah kita lakukan, dapat kita ketahui bahwa system permintaan dan penawaran dapat disimpulkan bahwa, pendekatan system beda linier $X_{t+1} = AX_t$ efektif untuk memetakan perubahan permintaan dan penawaran dari waktu ke waktu. Nilai eigen dapat dengan akurat memprediksi arah system permintaan dan penawaran di masa yang akan datang. Secara praktis, pemodelan ini dapat membantu pelaku usaha dan mereka yang berkontribusi aktif dalam pasar untuk dapat meningkatkan kemampuan mereka untuk mengambil keputusan yang lebih tepat, mengantisipasi kenaikan permintaan atau kapan sebaiknya mereka melakukan intervensi kebijakan jika penawaran tampak berpotensi melebihi atau jauh di bawah permintaan.

VI. Saran

Saran untuk penelitian selanjutnya yaitu untuk menganalisis menggunakan data nyata yang ada di masyarakat sehingga dapat memberikan pemahaman yang lebih nyata dan membuat pembaca lebih percaya lagi akan perhitungan memang akurat.

VII. Ucapan Terima Kasih

Pertama-tama penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada Tuhan Yang Maha Esa atas anugerah-Nya yang membuat penulis dapat menyelesaikan makalah ini sedemikian rupanya. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada dosen matakuliah Aljabar Linear & Gemori IF2123 yaitu Pak Rinaldi Munir, Pak Rila Mandala, dan Pak Arrival Dwi Sentosa atas materi yang telah disampaikan sampai sejauh ini. Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada seluruh pembaca yang membaca makalah ini dan semoga makalah ini dapat memberikan bermanfaat sebagaimana yang penulis harapkan.

References

[1] Munir, Rinaldi. Aljabar Linear dan Geometri 2024-2025. STEI ITB.https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/algeo.htm, diakses pada 23 Desember 2024 pada pukul 13.01.

[2] R. L. Smith, "Linear Algebra and Its Applications in Economics", 3rd ed. New York: Springer, 2018.

[3] A. Smith and J. Brown, "Dynamic Supply and Demand Modelling: An Eigenvalue Approach," Int. J. Economic Dynamics, vol. 25, no. 3, pp. 105–120, 2020.

[4] "Eigenvalues and Stability in Economics," MathWorld, .https://mathworld.wolfram.com/EigenvaluesEconomics.html. Diakses pada 23 Desember 2024 pada pukul 16.07.

[5] "Understanding Demand and Supply Dynamics," EconPedia, https://www.econpedia.com/supply-demand-dynamics. Diakses pada 23 Desember 2024 pukul 17.31.

[6] A. Jones and R. White, "Stability Analysis of Market Dynamics Using Linear Algebra," J. Economic Systems, vol. 45, no. 2, pp. 123–140, 2021.

[7] G. O. Young, "Synthetic structure of industrial plastics (Book style with paper title and editor)," in Plastics, 2nd ed. vol. 3, J. Peters, Ed. New York: McGraw-Hill, 1964, pp. 15–64.

[8] W.-K. Chen, Linear Networks and Systems (Book style). Belmont, CA: Wadsworth, 1993, pp. 123–135.

[9] T. Brown, "Discrete Models for Predicting Market Trends," Int. J. Market Analysis, vol. 37, no. 4, pp. 250–265, 2023.

[10] Gramedia Literasi, "Persamaan Linear: Pengertian, Sifat, dan Contohnya," Gramedia, https://www.gramedia.com/literasi/persamaan-linear/ Diakses pada 23 Desember 2024 pada pukul 03.41.

Lampiran Program dan Video

1. https://github.com/KennethhPoenadi/MakalahALGEO/
2. https://youtu.be/Mbgj9jNUrfg

PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa makalah yang saya tulis ini adalah tulisan saya sendiri, bukan saduran, atau terjemahan dari makalah orang lain, dan bukan plagiasi.

Jakarta, 24 Desember 2024

Kenneth Poenadi, 13523040